

Diferencia de Medias para dos Poblaciones sin Sigma Conocida y datos pareados

Existen dos métodos de producción y se quiere saber si uno es mejor que el otro. Para ello, se emplea una muestra aleatoria de seis trabajadores.

En la tabla se muestran los tiempos que requirieron los trabajadores para realizar la tarea. Observe que de cada trabajador se obtuvieron dos datos, uno con cada método de producción, también que en la última columna se da, para cada trabajador de la muestra, la diferencia entre los tiempos para realizar la tarea.

Trabajador	Tiempo 1	Tiempo 2	Diferencia
1	6	5.4	0.6
2	5	5.2	-0.2
3	7	6.5	0.5
4	6.2	5.9	0.3
5	6	6	0
6	6.4	5.8	0.6

La media muestral de la diferencia es:

$$\bar{d} = 0.3$$

La desviación estándar muestral de la diferencia es $s_d = 0.335$

El tamaño de la muestra es $n=6$

1. Intervalo de Confianza

- Recuerda que:

$$\text{Intervalo} = \text{Estimación Puntual} \pm \text{Margen de Error}$$

$$\text{Margen de Error} = \text{Estadístico Crítico} * \text{Error Estandar}$$

- En este caso:

$$\text{Estimación Puntual} = \bar{d}$$

$$\text{Estadístico Crítico} = t_{\alpha/2}$$

$$gl = n - 1$$

$$\text{Estimación del Error Estandar} = \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Intervalo} = \bar{d} \pm t_{\alpha/2} * \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

Cuál es la estimación por intervalo utilizando el 95% de confianza

$$\text{Intervalo} = \bar{d} \pm t_{\alpha/2} * \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Intervalo} = 0.3 \pm 2.571 * \frac{0.335}{\sqrt{6}}$$

$$\text{Intervalo} = 0.3 \pm 0.35 = \begin{cases} 0.65 \\ -0.05 \end{cases}$$

2. Pruebas de Hipótesis

3 tipos de pruebas:

1	2	3
$H_o: \mu_d \geq D_o$	$H_o: \mu_d \leq D_o$	$H_o: \mu_d = D_o$
$H_A: \mu_d < D_o$	$H_A: \mu_d > D_o$	$H_A: \mu_d \neq D_o$

$D_o = \text{Diferencia Hipotetica}$

Estadístico de Prueba:

$$t = \frac{\bar{d} - D_o}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

Siguiendo con el ejemplo anterior y con un nivel de significancia del 5%, ¿rechazarías la hipótesis nula de que la diferencia entre los tiempos de producción entre los dos métodos es cero?

Las Hipótesis Nula y Alternativa son:

$$H_o: \mu_d = 0$$

$$H_A: \mu_d \neq 0$$

Como ya obtuvimos el intervalo de confianza del 95% y observamos que el cero está dentro del intervalo, sabemos que no se va a rechazar la nula. Sin embargo, vamos a solucionar este problema mediante el método de pruebas de hipótesis.

El estadístico de prueba es:

$$t = \frac{0.3 - 0}{\frac{0.335}{\sqrt{6}}} = 2.20$$

- **Método PValue**

$$Pvalue = 2 * T(-2.19) = 0.080$$

- Donde T(x) es la función acumulada t con los grados de libertad especificados.

Por lo tanto no se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significancia del 5%.

- **Mediante el Método del Estadístico Crítico**

$$T^{-1}(0.025) = -2.571 \quad y \quad T^{-1}(0.975) = +2.571$$

Dado que $t(2.19)$ está dentro de -2.571 y 2.571 , no se rechaza la hipótesis nula.