Formulas

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$\bar{x} \sim N$ si $X \sim N$ o si $n > 30$

- Población infinita

$$\bar{x} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$

- Población finita

$$\bar{x} \sim N(\mu\ , \frac{N-n}{N-1} * \frac{\sigma^2}{n})$$

Ejercicio

Se sabe que la media poblacional en un examen de Estadística es de 70 y que la varianza es de 324. Se toma una muestra aleatoria a 81 alumnos y se registra su calificación. Asume que las calificaciones se distribuyen de forma normal.

- ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger aleatoriamente una de las calificaciones de mi muestra esta se ubique entre 85 y 90?
  18.86%
- Calcula el error estándar de la media muestral.
  2
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral de los 81 alumnos se ubique entre 85 y 90?
  30.854%

Distribución de $\bar{p}$

$$\bar{p} = \frac{x}{n}; \quad x\ es\ el\ numero\ de\ elementos\ de\ la\ muestra\ que\ cumplen\ con\ el\ criterio$$

$$E[\bar{p}] = p$$

	Finito	Infinito
Error estandar de $\bar{p}$	$sd(\bar{p}) = \sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	$sd(\bar{p}) = \sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

- Si la población es finita pero $\frac{n}{N} \leq 0.05$ se usa la formula infinita.
- La distribución muestral de se aproxima mediante una distribución normal siempre que $np \geq 5$ y $n(1-p) \geq 5$.

- Población infinita

$$\bar{p} \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n})$$

- Población finita

$$\bar{p} \sim N(p\ , \frac{N-n}{N-1} * \frac{p(1-p)}{n})$$

Capítulo 8

Un estimador puntual se usa para estimar un parámetro poblacional.

- $\bar{x}$ *estima* μ
- $\bar{p}$ *estima* p
- s^2 *estima* σ^2

Como no se puede esperar que un estimador puntual suministre el valor exacto del parámetro poblacional, se suele calcular una **estimación por intervalo** al sumar y restar al estimador puntual una cantidad llamada **margen de error**.

El objetivo de la estimación por intervalo es aportar información de qué tan cerca se encuentra la estimación puntual, obtenida de la muestra, del valor del parámetro poblacional.

- Intervalo de Confianza = Estimación puntual ± Margen de error
- Intervalo de Confianza = Estimación puntual ± Estadístico Critico * Error Estándar del Estimador Puntual

Dos casos, conoces σ o no la conoces y por lo tanto la tienes que estimar.

Caso de σ conocida

$$Intervalo = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Ejemplo:
En un estudio de 100 estudiantes de la Anáhuac, se preguntaron las calificaciones de ética y se obtuvo $\bar{x} = 82$. Se sabe que $\sigma = 20$.

Concluimos que $\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$
Además, sabemos que $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{100}} = 2$

Nosotros queremos construir un intervalo de confianza del 95%.

- IC= Intervalo de Confianza
- α =Nivel de significancia = 1 – IC

$$IC = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Intervalo = 82 \pm 1.96 * 2 = 78.08\ y\ 85.92$$

Intervalo de Confianza del 99%

$$Intervalo = 82 \pm 1.96 * 2 = 76.85\ y\ 87.15$$

Intervalo de Confianza del 90%

$$Intervalo = 82 \pm 1.64 * 2 = 78.71\ y\ 85.29$$

Intervalo de Confianza del 80%

$$Intervalo = 82 \pm 1.64 * 2 = 79.44\ y\ 84.56$$

<u>Caso de σ no conocida</u>

El estadístico critico usa la distribución t-student, usualmente conocida como distribución t.

- Intervalo de Confianza = Estimación puntual ± Margen de error

$$IC = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2},\ n-1} * \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

En un estudio de 100 estudiantes de la Anáhuac, se preguntaron las calificaciones de ética y se obtuvo $\bar{x} = 82$. No se sabe la desviación estándar pero se estimó que $s = 20$.

Qqueremos construir un intervalo de confianza del 95%.

- IC= Intervalo de Confianza
- α =Nivel de significancia = 1 – IC

$$IC = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-1} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Intervalo = 82 \pm 1.98 * 2 = 78.03\ y\ 85.97$$

Intervalo de Confianza del 99%

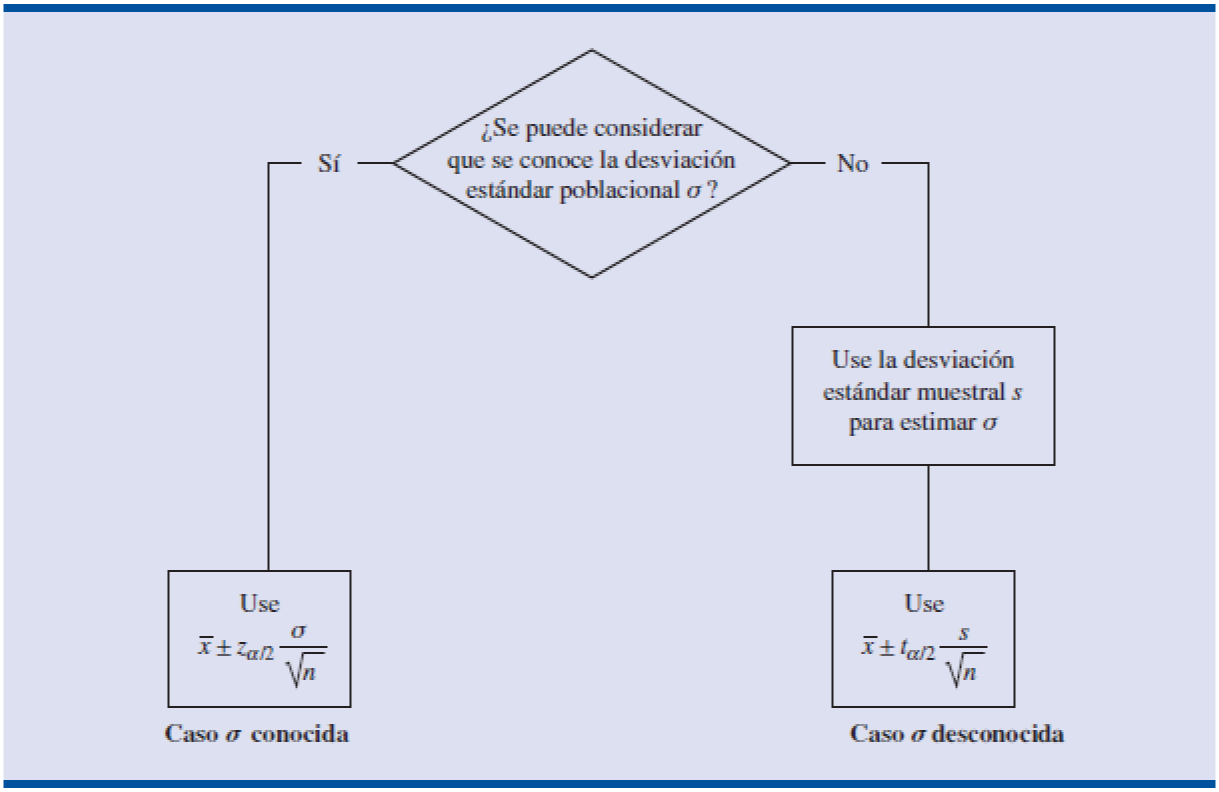
$$Intervalo = 82 \pm 1.98 * 2 = 76.75\ y\ 87.25$$

Intervalo de Confianza del 90%

$$Intervalo = 82 \pm 1.98 * 2 = 78.68\ y\ 85.32$$

Intervalo de Confianza del 80%

$$Intervalo = 82 \pm 1.98 * 2 = 79.42\ y\ 84.58$$



Ejercicio

1. En una muestra aleatoria de 50 artículos de una población con $\sigma = 6$ la media muestral fue de 32.

¿Cuál es el error estándar de la media?

- Error Estándar 0.85

¿Cuál es el margen de error para tener 95% de confianza?

- Margen de Error 1.66

Encuentra el intervalo de confianza del 95%

- Limite Superior 30.34
- Límite Inferior 33.66

Encuentra el intervalo de confianza del 92%

- Limite Superior 30.51
- Límite Inferior 33.49

2. Para la media poblacional se dio el siguiente intervalo de confianza de 95%, de 152 a 160. Si $\sigma = 15$, ¿Cuál es el tamaño de la muestra que se usó en este estudio?

- n=54

$$Intervalo = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Intervalo - \bar{x} = \pm Z_{\alpha/2} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\pm 4 = \pm 1.96 * \frac{15}{\sqrt{n}}$$

$$n = \left(1.96 * \frac{15}{4}\right)^2 = 54$$

3. Para la media poblacional se dio el siguiente intervalo de confianza de 95%, de 151.2 a 160.8. Si $s = 15$, ¿Cuál es el tamaño de la muestra que se usó en este estudio?

- n=40

4. Los agentes de ventas de una empresa presentan un informe semanal que enumera los clientes contactados durante la semana. En una muestra de 65 informes semanales la media muestral es 19.5 clientes por semana. La desviación estándar muestral es 5.2.

Dé intervalos de confianza de 90% y 95% y los respectivos márgenes de error para la media poblacional del número de clientes contactados semanalmente.

- **90%**
  - Margen de Error 1.0765
  - Límite Superior 18.42
  - Límite Inferior 20.58
- **95%**
  - Margen de Error 1.2885
  - Límite Superior 18.21
  - Límite Inferior 20.79

5. Distintos físicos han medido la velocidad del sonido y cada uno tiene una medición distinta. Puedes asumir una distribución normal de la velocidad del sonido. Las 20 medidas distintas son:

i	**Velocidad**
1	158012
2	153117
3	22938
4	142747
5	20205
6	173769

7	165892
8	172713
9	96416
10	146361
11	142524
12	98591
13	184584
14	129714
15	172439
16	148536
17	153855
18	24342
19	153508
20	52348

a) Da intervalos de confianza del 90%, asumiendo que $\sigma = 54{,}000$

b) Ahora no sabes cuál es el valor de σ y lo tienes que estimar. Da intervalos de confianza del 90%.

Conozco Sigma

IC	90%
X Barra	125630.55
Sigma	54,000.00
n	20.00

Alpha	10%
Error Estandar	12,074.77
Estadistico Critico	1.64
Margen de Error	19,861.2244

Límite Superior	105,769.33
Límite Inferior	145,491.77

No Conozco Sigma

IC	90%
X Barra	125630.55
s	54,106.87
n	20.00

Alpha	10%
Error Estandar Estimado	12,098.66
Estadistico Critico	1.729
Margen de Error	20,920.1961

Límite Superior	104,710.35
Límite Inferior	146,550.75